

**Bono del Curso:
Modelado del Proceso de Calandrado**

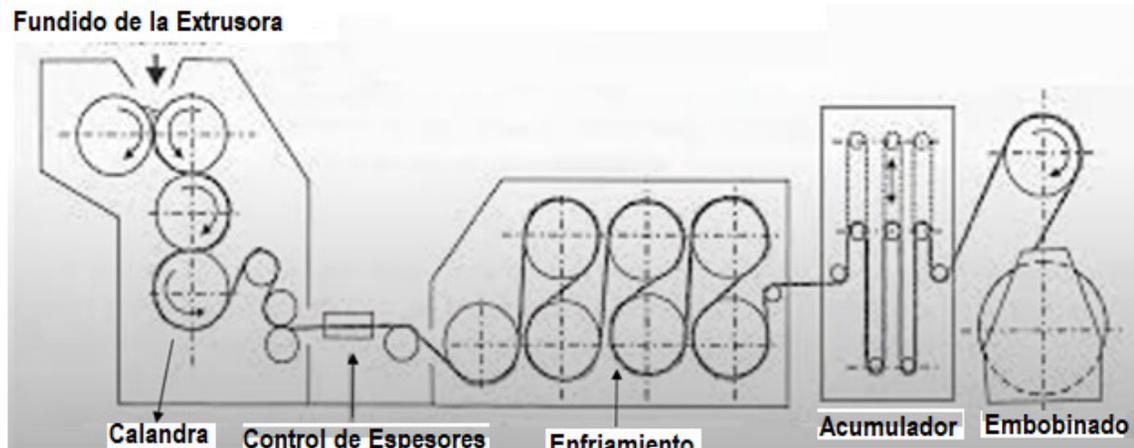
CALANDRADO

El calandrado es un proceso post-extrusión en el que el polímero fundido es comprimido y arrastrado en el espacio entre dos rodillos contra-rotantes para producir perfiles (usualmente de espesor mayor a $250\ \mu\text{m}$) de longitud continua y ancho desde unos milímetros a varios metros de ancho.

Las calandras también producen un cierto grado de acabado superficial, como resultado de la interacción entre el fundido y la superficie de los rodillos en el punto de separación de los 2 materiales.

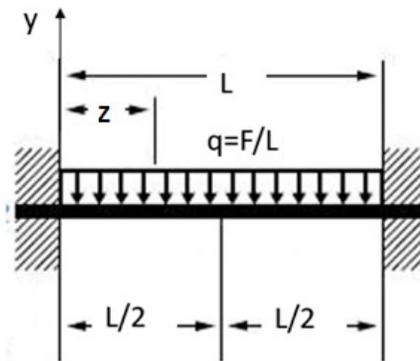
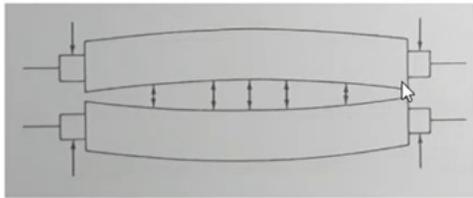
HISTORIA

- 1830 Goodyear desarrolla el primer proceso de calandrado, usado con caucho natural.
- 1950 Se realiza el primer acople entre una extrusora monotornillo y una calandra.
- Actualmente existen calandras que producen láminas de más de $250\ \mu\text{m}$ a velocidades de 5 m/s



Modelado del pandeo de los rodillos de la calandra

Se calcula el pandeo de los rodillos debido al perfil de presión entre ellos



- L = Longitud de la viga (rodillo)
- q = Carga por unidad de longitud
- I = Momento de inercia de la viga respecto a su eje neutro
- R = Radio de la viga (cilindro)
- E = Módulo de Young del material de la viga (cilindro)
- δ = Deflexión de la viga (rodillo)
- z = Dimensión transversal a la máquina

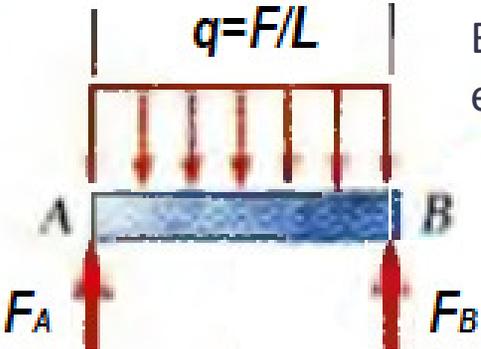
$$\delta = (-5 * q * L^4) / (384 * E * I) \quad \text{Ecuación (1)}$$

$$I = (\pi * R^4) / 4$$

La carga por unidad de longitud q se halla con la distribución de presiones en el fundido.

Viga soportada en ambos extremos, carga uniformemente distribuida

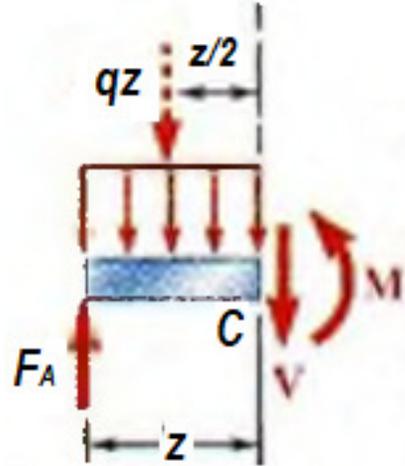
Deformación de vigas de sección transversal homogénea
Ecuación 12-5. mecánica de materiales Hibbeler



Balace de fuerzas en Y en el rodillo

$$\Sigma F_y: F_A + F_B - qL = 0$$

$$\Rightarrow F_A = F_B = \frac{qL}{2}$$



Balace de fuerzas en Y en una sección del rodillo

$$\Sigma F_y: F_A - V - q * z = 0$$

$$\Rightarrow V = q * \left(\frac{L}{2} - z\right)$$

$$\Sigma M_C: -F_A * z + q * z * \left(\frac{z}{2}\right) + M_z = 0$$

$$\Rightarrow M_z = \frac{qz}{2} * (L - z)$$

$$\frac{d^2\delta}{dz^2} = \frac{M_z}{E * I} = \left(\frac{q}{2 * E * I}\right) * (L * z - z^2)$$

$$\frac{d\delta}{dz} = \left(\frac{q}{2 * E * I}\right) * \left(\frac{Lz^2}{2} - \frac{z^3}{3}\right) + C_1$$

Pero, $\frac{d\delta}{dz} = 0$ cuando $z = \frac{L}{2} \Rightarrow C_1 = -\frac{L^3 * q}{24 * E * I}$

$$\frac{d\delta}{dz} = \left(\frac{q}{12 * E * I}\right) * \left(3 * L * z^2 - 2 * z^3 - \frac{L^3}{2}\right)$$

$$\delta = \left(\frac{q}{12 * E * I}\right) * \left(L * z^3 - \frac{z^4}{2} - \frac{L^3}{2} * z\right) + C_2$$

Para $Z=0, y=0 \Rightarrow C_2 = 0$. Además $\delta_{max} = \delta\left(\frac{L}{2}\right)$

$\delta_{max} = -\left(\frac{5 * q * L^4}{384 * E * I}\right)$ **Ecuación 1**

OBJETIVO DEL MODELADO

- Correlacionar variables de proceso, parámetros de máquina y propiedades del material con las características del producto final.

CARACTERISTICAS DEL PRODUCTO FINAL

- Dimensiones (ancho y espesor)
- Variación de espesor

VARIABLE DE PROCESO

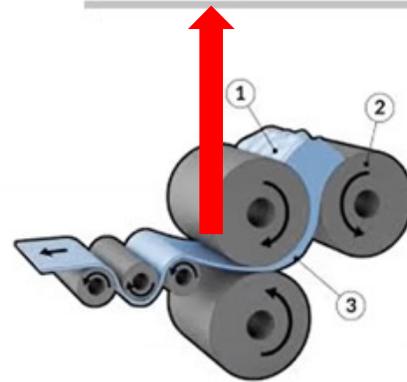
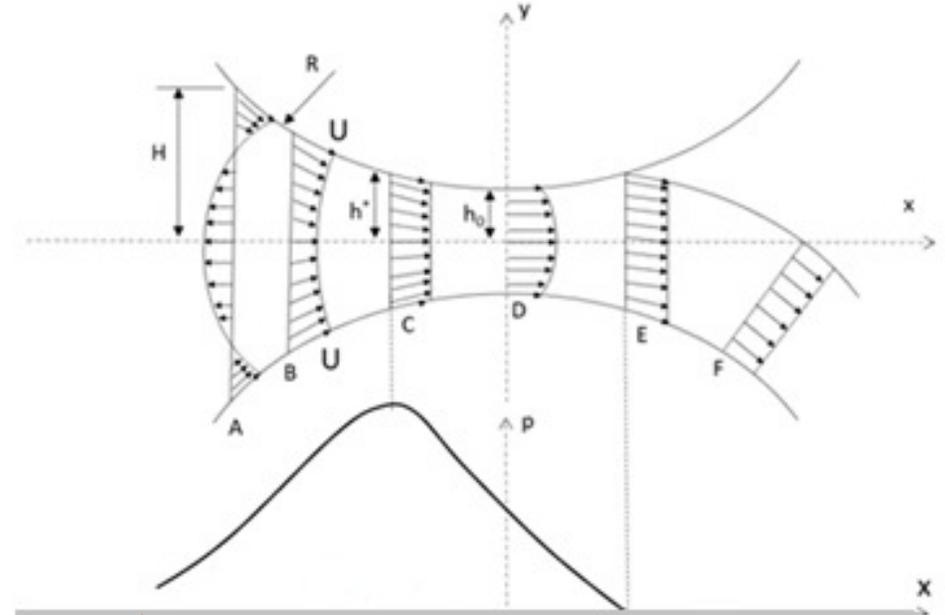
- Rata de producción
- Velocidad de rotación de los rodillos
- Espaciamento entre rodillos

PROPIEDADES DEL MATERIAL

- Reología

- Predecir distribución de presión entre rodillos y con ella la variación transversal del espesor para poder desarrollar estrategias para compensarla.

Perfiles de velocidad y presión en el último espaciado



El flujo del fundido a través del espaciamento entre el último par de rodillos define el espesor de la lámina

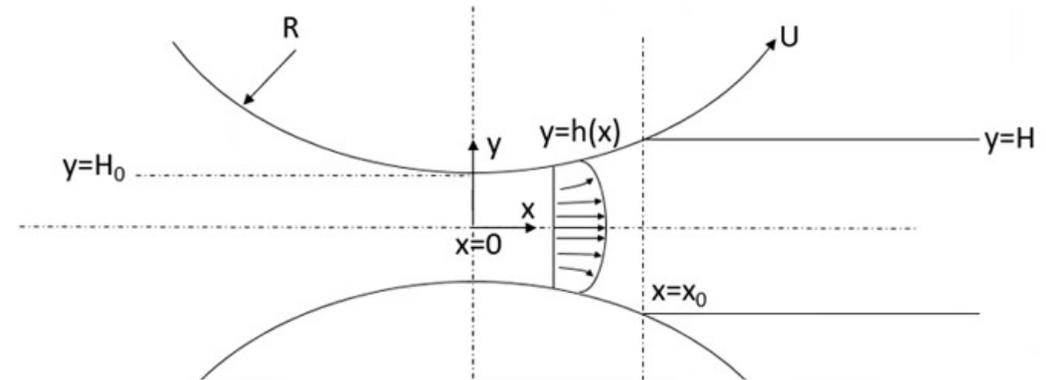
COMPLEJIDAD DEL MODELADO Y ASUNCIONES

MODELO RIGUROSO

- Durante el contacto con los rodillos, el fundido es sometido a transferencia de calor que afecta sus propiedades reológicas.
- La baja conductividad del plástico favorece un perfil NO isotérmico que debe considerarse en un modelado de alta exactitud.
- Las propiedades reológicas también se ven afectadas por la rata de deformación, que varía en el ancho y espesor de la lámina.

SIMPLIFICACION DEL MODELO

Un modelo ISOTERMICO y NEWTONIANO permite visualizar los parámetros geométricos y de proceso que controlan la calidad de la lámina mientras mantiene manejable la complejidad del modelo.



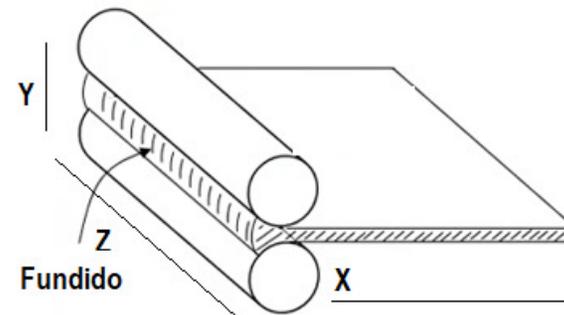
$2H_0$ = Mínima separación entre rodillos

$2H$ = Espesor de la lámina

U = Velocidad tangencial de la superficie de los rodillos

x_0 = Posición axial del punto de separación de la lámina

R = Radio de los rodillos



Ecuaciones de cantidad de movimiento

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} = -\nabla \rho v v - \nabla P - \nabla \tau + \rho g$$

1. Estado estacionario
2. Densidad constante, Navier Stokes
3. Influencia de g despreciable
4. $Ho \ll R \rightarrow U_y \ll U_x ; d/dx \ll d/dy \rightarrow dP_x/dy = 0$
5. Cuando $y = h_x, u_x = U$
6. Cuando $y = 0, du_x/dy = 0$

$$\nabla P = -\nabla \tau \quad \therefore \nabla P = \mu \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \Rightarrow \tau = \mu \frac{\partial u_x}{\partial y} = \frac{dP_x}{dx} y +$$

$$u_x = \frac{1}{2\mu} \frac{dP_x}{dx} y^2 + ay + b$$

$$u_x = U + \frac{1}{2\mu} \frac{dP_x}{dx} (y^2 - h_x^2)$$

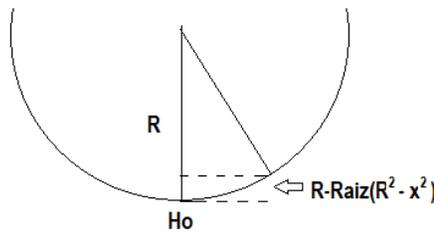
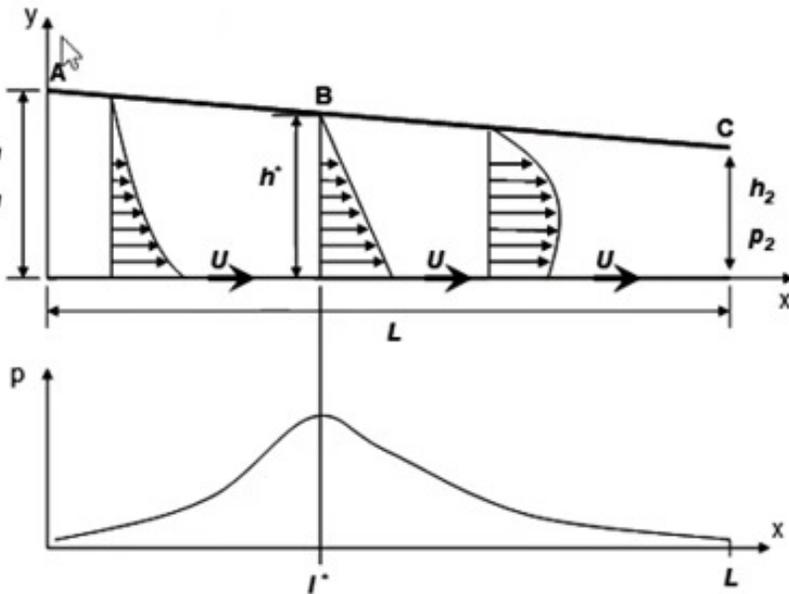
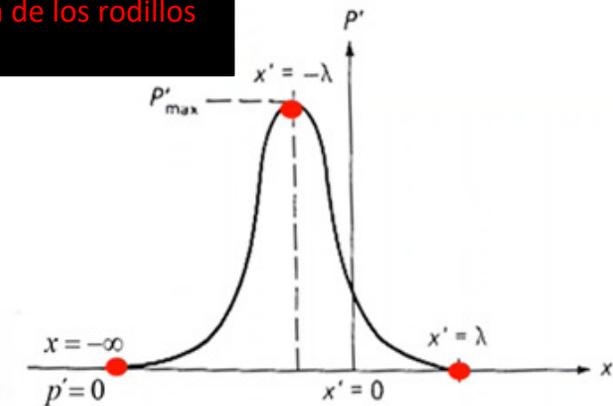
Ecuación 2

PUNTOS CLAVE:

$X' = -\alpha$. Primer contacto del polímero con rodillos

$X' = -\lambda$. Punto de presión máxima

$X' = \lambda$. Punto de separación de la lámina de los rodillos



$$h_x = H_0 + R - (R^2 - x^2)^{1/2}$$

Linealizando

$$h_x = h_0 + \frac{dh_x}{dx} \Delta x = H_0 + \frac{x^2}{2\sqrt{R^2 - x^2}}$$

Como $R \gg x$

$$h_x = H_0 \left(1 + \frac{x^2}{2H_0 R} \right) \quad \text{Ecuación 3}$$

Expresiones de flujo volumétrico

$$2L \int_0^{h_x} u_x dy = 2LHU$$

Reemplazando u_x de la **Ecuación 2** e integrando \rightarrow

$$U(H - h_x) = -\frac{h_x^3}{3\mu} \frac{dP_x}{dx}$$

Reemplazando h_x de **Ecuación 3** y
Cambiando a variables adimensionales

$$\frac{dP_x}{dx} = \frac{3(h_x - H)U\mu}{h_x^3}$$

$$i) x^{\square} = \frac{x}{\sqrt{2H_0R}} \quad ; \quad ii) P^{\square} = \frac{P_x H_0}{U\mu} \quad ; \quad iii) \lambda^2 = \frac{H}{H_0} - 1$$

$$\frac{dP'}{dx'} = \sqrt{\frac{18R}{H_0}} \frac{(x'^2 - \lambda^2)}{(1 + x'^2)^3} \quad \text{Ecuación 4}$$

Integramos **Ec 4** y tomamos condición límite de $P' = 0$ cuando $x' = \lambda$

$$\frac{dP'}{dx} = 0 \text{ en}$$

$x' = +\lambda$ (Punto de despegue de la lámina)

o

$x = x_0 \Rightarrow x' = -\lambda$ (Punto de máxima presión)

Ecuación 5

$$p' = \sqrt{\frac{9 \cdot R}{32 \cdot H_0}} \cdot \left[\frac{x'^2 \cdot (1 - 3 \cdot \lambda^2) - 1 - 5 \cdot \lambda^2}{(1 + x'^2)^2} \cdot x' + (1 - 3 \cdot \lambda^2) \cdot (tg^{-1} x' - tg^{-1} \lambda) + \frac{1 + 3 \cdot \lambda^2}{1 + \lambda^2} \cdot \lambda \right]$$

Reemplazo $x' = -\lambda$ y hallo P'_{\max}

$$P'_{\max} = \frac{3 \cdot C(\lambda)}{2} \sqrt{\frac{R}{2 \cdot H_0}}$$

Donde $C(\lambda) = \frac{1 + 3 \cdot \lambda^2}{1 + \lambda^2} \cdot \lambda - (1 - 3 \cdot \lambda^2) \cdot tg^{-1} \lambda$

Para hallar λ , hago $P'=0$ en **Ecuación 5** cuando $x' = -\alpha \rightarrow \lambda = 0,475$ y de iii: **$H = 1,226H_0$**

Espesor de la lámina 22,6% mayor al espaciamento mínimo entre rodillos

Expresiones final de separación entre rodillos

$$q = \int_{-\alpha}^{x_0} P_x dx = \sqrt{\frac{2R}{H_0}} U \mu \int_{-\alpha}^{\lambda} P'_x \cdot dx = \frac{1,22 \mu UR}{H_0}$$

Reemplazando en la ecuación 1

$$\delta = \frac{U \mu L^4}{49,44 H_0 E R^3}$$

Integrando $\tau_{(hx)} * dA * v$

$$P = 3 * U^2 * L * \mu * \sqrt{\frac{2R}{H_0}} \left\{ \left(\frac{1 - \lambda}{2} \right) * \left(\tan^{-1} \lambda + \frac{\pi}{2} \right) - \frac{\sin(2 \tan^{-1} \lambda)}{4} \right\}$$

$$P = 1,4211 * U^2 * L * \mu * \sqrt{\frac{R}{H_0}}$$

Estos son los parámetros a controlar para evitar deformación de rodillos (δ) y lograra las dimensiones de lámina deseadas:

1. Con $2H_0$ determinamos $2H$
2. Con U y T (afecta μ) podemos controlar δ
3. Podemos diseñar los rodillos (R, L, E) para reducir δ
4. La potencia para mover un rodillo depende de U, L, R, H_0 y μ



¡Gracias!

Cleinst.Cabrera@vestolit.com